

© 2017 Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

570811

Das Sommerheft einer Schülerzeitung gab es für 1,20 Euro zu kaufen. Für das Herbstheft wurde der Preis gesenkt. Es wurden dreimal so viele Herbsthefte verkauft wie Sommerhefte, und trotz des gesenkten Preises haben sich die Einnahmen verdoppelt.

- Wie viel kostet das Herbstheft dieser Schülerzeitung?
- Ein Schüler behauptet: „Wir können den Preis für die Winterhefte im Vergleich zu den Herbstheften derart verringern, dass wir beim Verkauf von viermal so vielen Winter- wie Sommerheften eine Verdreifachung der Einnahmen im Vergleich zum Sommerheft erzielen.“

Untersuche, ob die Behauptung des Schülers stimmt.

570812

In einer Chronik aus dem Jahre 1685 fand man die folgende kaufmännische Abrechnung:

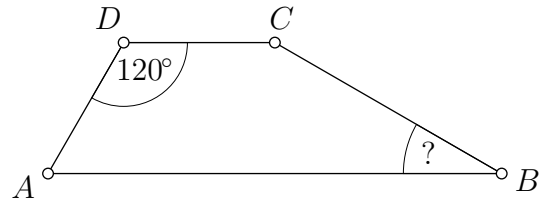
	Gulden	Kreuzer	Pfennig
	4	27	2
		36	1
	1	43	3
	2	8	3
		41	1
Summe	9	37	2

- Gib an, wie viel Pfennig ein Kreuzer und wie viel Kreuzer ein Gulden nach dieser Abrechnung wert gewesen sein könnten.
- Zeige, dass dein Ergebnis den Angaben in der Tabelle entspricht.
- Erläutere, wie du dein Ergebnis ermittelt hast.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

570813

In einem Viereck  $ABCD$  sind die Seiten  $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$  parallel zueinander. Die Seite  $\overline{AD}$  ist genau so lang wie die Seite  $\overline{CD}$ . Die Seite  $\overline{AB}$  ist dreimal so lang wie die Seite  $\overline{CD}$ . Die Größe des Winkels  $\sphericalangle ADC$  beträgt  $120^\circ$ .



Ermittle die Größe des Winkels  $\sphericalangle CBA$ .

*Hinweis:* Alle gesuchten Größen sind mit geometrischen Argumenten exakt zu bestimmen. Messungen mit Lineal oder Geodreieck sind dafür nicht zulässig, da diese niemals exakt sind.

570814

- Berechne die Summe der 9 aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen von 28 bis 36.
- Beweise: Wenn eine ganze Zahl  $a$  durch 4 teilbar ist, dann ist die Summe der 9 aufeinanderfolgenden, mit  $a$  beginnenden ganzen Zahlen durch  $(4 \cdot 9 =)$  36 teilbar.
- Stelle fest, ob es eine durch 5 teilbare, positive ganze Zahl  $a$  und eine ganze Zahl  $n$  mit  $n > 1$  derart gibt, dass die Summe der  $n$  aufeinanderfolgenden, mit  $a$  beginnenden ganzen Zahlen durch  $5 \cdot n$  teilbar ist.
- (Zusatzaufgabe für besonders Interessierte) Beweise: Für jede positive ganze Zahl  $a$  gibt es eine ganze Zahl  $n$  mit  $n > 1$  derart, dass die Summe der  $n$  aufeinanderfolgenden, mit  $a$  beginnenden ganzen Zahlen durch  $a \cdot n$  teilbar ist.